**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Комбинаторные задачи теории вероятностей

Probability Theory: Combinatorial Problems of Probability

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 057491

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение обучающихся классическим и современным приемам комбинаторной теории вероятностей; развитие у обучающихся навыков работы с дискретными объектами в теории вероятностей; обучение различным асимптотическим методам в приложении к комбинаторным проблемам.

Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: ознакомление учащихся с современным состоянием комбинаторной теории вероятностей, используемыми приемами работы; развитие навыков решения комбинаторных задач; освоение некоторых аналитических приемов, применяемых при решении комбинаторных задач теории вероятностей; получение опыта применения комбинаторных рассуждений к решению вероятностных задач; получение опыта применения вероятностных соображений в комбинаторике; развитие способности находить адекватное математическое описание возникающих на практике задач, которые могут быть сведены к комбинаторным.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена учащимся 4 курса. Обучающиеся должны владеть основными разделами курсов комбинаторики, теории вероятностей, математического анализа, дискретной математики.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Уметь грамотно сочетать язык предметной области и язык математики и информационных технологий. Умение интерпретировать результат физико-математических исследований в виде конкретных инструкций, применимых для создания компьютерных моделей и решений задач предметной области изучаюшегося явления. строго доказать утверждение, корректно поставить задачу. Уметь анализировать результат и скорректировать математическую модель, лежащую в основе задачи. Владение методами исследования математических моделей, описывающих проблемы естествознания и техники в виде комбинаторных задач.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Курс «Комбинаторные задачи теории вероятностей» дает обучающимся комплекс комбинаторных и аналитических методов, применяемых в прикладных задачах комбинаторной теории вероятностей и в других областях математики. Посещение лекций предполагает взаимодействие с лектором и активную работу студентов в ходе занятий. Для наиболее заинтересованных студентов возможна организация индивидуальных заданий и/или более углубленное изучение некоторых тем курса под руководством преподавателя.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 30 |  | |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 34 |  | | 6 |  | 2 | 2 |
|  | 2-100 |  | |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 34 |  | | 6 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Тема 1. Случайные графы

Модель Эрдёша-Реньи случайного графа. Предполагается дать основные представления о модели и проиллюстрировать базовые свойства модели, такие, как наличие пороговых вероятностей. В качестве иллюстрации предполагается изучить связность графов, свойство содержать заданный подграф.

Простейшие предельные теоремы для случайных графов на примере свойства связности.

Метод моментов в приложении к теории случайных графов. Иллюстрация применения метода моментов для количества вхождений подграфа и индуцированного подграфа.

Алгоритмы исследования графов и их применение к случайным графам. Связь различных методов исследования случайного графа и случайных блужданий.

Фазовый переход в случайных графах Эрдёша-Реньи. Поведение компонент связности случайных графов в критическом режиме.

Другие модели случайных графов. Модели роста графов. Алгоритмы предпочтительного присоединения.

Тема 2: Случайные разбиения

Разбиения натуральных чисел и их графическое представление. Феномен формирования предельной формы для равномерной вероятностной меры на разбиениях.

Обобщения равномерной меры. Устойчивость феномена предельной формы и его разрушение.

Понятие о функциональных предельных теоремах, их применение к асимптотике разбиений натуральных чисел.

Случайные разбиения множеств, понятия перестановочности разбиений, связь с перестановочными случайными величинами, теорема де Финетти.

Тема 3: Случайные перестановки и отображения

Последовательной построение случайных перестановок. Предполагается объяснить эффективную модель построения случайной перестановки и вывести следствия о случайных перестановках, напрямую получающихся из нее.

Предельные теоремы для случайных перестановок. Распределение Пуассона-Дирихле как предел распределения длин циклов, связь с GEM-распределением.

Алгоритм RSK для связи случайных перестановок и таблиц Юнга разбиений целых чисел.

Обобщение алгоритма последовательного построения перестановок и двухпараметрическое распределение Питмана.

Случайные отображения и их связь со случайными графами.

Броуновский предел для случайных отображений. Понятие случайного броуновского дерева. Теорема Олдуса.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу «Комбинаторные задачи теории вероятностей» предусмотрено проведение лекций. Лекции читают опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. Все обучающиеся должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Дополнительного оборудования и дополнительных материалов для учебной работы по курсу не требуется.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении самостоятельной работы и индивидуальных заданий обучающемуся необходимо знать материал предшествующих лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств для решения конкретных задач. При самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

По дисциплине «Комбинаторные задачи теории вероятностей» в конце учебного семестра проводится зачет. В процессе обучения каждый студент снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет не менее одного академического часа. Кроме того, в ходе зачета преподаватель может задать несколько дополнительных вопросов. Вторая и третья (с комиссией) попытка сдачи зачета по процедуре проведения аналогична первой. При сдаче зачета с комиссией ответы выслушивают и задают дополнительные вопросы не один, а три преподавателями.

*Критерии оценивания ответа в традиционной системе*

Оценка «зачтено» ставится за правильный и развернутый ответ на хотя бы один вопрос билета. В случае, если ответы на оба вопроса неполны или неверны, преподаватель задает дополнительные вопросы по темам курса и/или дает задачу. За успешно решённую задачу также выставляется оценка «зачтено». Если же задача не решена или не выдавалась, то оценка «зачтено» выставляется, если учащийся удовлетворительно ответил не менее чем на половину дополнительных вопросов.

*Критерии оценивания ответа в системе ECTS*

Оценка «А» выставляется за правильные и полные ответы на вопросы билета и ответы на дополнительные вопросы и/или решенную задачу. Оценка «В» выставляется за правильные ответы на вопросы билета, возможно, с некоторыми неточностями, и правильные ответы на более чем 3/4 дополнительных вопросов или решенную задачу. Оценка «С» выставляется за правильные ответы на вопросы билета, возможно, с некоторыми неточностями, и правильные ответы на более чем 1/2 дополнительных вопросов, или же за правильный ответ на один из вопросов билета и полностью решенную дополнительную задачу. Оценка «D» выставляется за правильный ответ на один из вопросов билета и правильные ответы на более чем 3/4 дополнительных вопросов. Оценка «Е» выставляется за неполный ответ хотя бы на один из вопросов билета и правильные ответы на более чем 1/2 дополнительных вопросов. В противном случае выставляется оценка «F»

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

По дисциплине «Комбинаторные задачи теории вероятностей» в конце учебного семестра проводится зачет. В процессе обучения каждый обучающийся снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

***Методика проведения зачета***

Зачет выставляется по результатам работы в семестре на зачетном занятии. Для получения отметки «зачтено» необходимо, чтобы были зачтены задачи по всем темам либо был набран необходимый суммарный балл (при использовани балльной системы).

На зачет отводится 2 академических часа. Во время проведения зачета обучающемуся предоставляется возможность выполнить задания по всем темам, которые не были зачтены в результате проведения текущего контроля успеваемости. Задания можно выполнять в произвольном порядке.

Вторая и третья (с комиссией) попытка сдачи зачета по процедуре проведения аналогична зачетному занятию. При сдаче зачета с комиссией работа проверяется не одним, а тремя преподавателями. Преподаватель, проводивший текущий контроль успеваемости предоставляет комиссии все материалы по текущему контролю успеваемости обучающегося.

Преподаватели обладают достаточным опытом, чтобы при чтении лекций контролировать понимание текущего материала большинством обучающихся. В ходе лекций предполагается участие обучающихся в интерактивной работе. При проведении промежуточной аттестации учитывается как работа обучающихся в течение семестра, так и их ответы на вопросы преподавателя.

Примерный перечень вопросов к зачету по всему курсу:

Различные модели Эрдёша-Реньи и их взамиосвязь.

Понятие пороговых вероятностей.

Предельная теорема для свойства «быть связным».

Метод моментов для доказательства предельных теорем и границы его применимости.

Предельные теоремы для количества вхождений заданного подграфа.

Поиск вглубь и вширь в графе.

Связь случайных графов и случайных блужданий.

Пороговые вероятности для формирования «гигантской компоненты» в случайных графах.

Критический режим для графов Эрдёша-Реньи.

Модели предпочтительного присоединения.

Предельные формы случайных разбиений.

Окрашенные разбиения и устойчивость предельных форм.

Предельные формы случайных разбиений множеств.

Алгоритмы последовательного построения перестановок и их применения в теоретическом изучении случайных перестановок.

Распределение Пуассона-Дирихле и его связь с GEM-распределением.

Алгоритм Робинсона-Шенстеда-Кнута.

Распределение Пуассона-Дирихле-Питмана и примеры его появления в вероятностных задачах.

Броуновский предел для случайных отображений.

Понятие броуновского случайного дерева.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не предусмотрены.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрены.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусмотрены.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Колчин В.Ф. Случайные графы. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002.

2. Райгородский А.М. Модели случайных графов. М.: МЦНМО, 2011.

3. Pitman J. Combinatorial stochastic processes. Lecture notes in mathematics 1875. Berlin: Springer-Verlag, 2006.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Стенли Р. Перечеслительная комбинаторика. М.:Мир, 1990.

2. Эндрюс Г. Теория разбиений. М.:Наука, 1982.

3. Кнут Д., Грэхем Р., Паташник О. Конкретная математика. М.:Мир, 2006.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Материалы, размещенные в сети Интернет: http://www.umu.spbu.ru, http://www.etudes.ru, http://www.problems.ru

**Раздел 4. Разработчики программы**

Якубович Юрий Владимирович, канд.ф-м.н., доцент, y.yakubovich@spbu.ru; 428-42-12